

Cours 4 : Le langage algébrique

Rabii EL GHORFI

Module : Technique de programmation avancées

Département : Mathématiques, informatique et géomatique (MIG)

EHTP 2017-2018



Principaux axes du cours

- Opérateurs unaires
- Opérateurs ensemblistes
- Jointure naturelle et thêta jointure
- Opérateur division
- Lien entre les opérateurs
- Complexité des opérateurs

L'algèbre relationnel

- C'est le support mathématique sur lequel repose le modèle relationnel
- Il permet de représenter les requêtes sur la base de données
- Il propose un ensemble d'opérations élémentaires formelles sur les relations
- Le résultat de toute opération est une nouvelle relation (fermeture)

Remarque : Les notations de l'algèbre relationnelle ne sont pas standardisées

Classification des opérateurs (1)

Opérateurs unaires :



Prend une table en entrée

- Sélection (σ)
- Projection (π)

Opérateurs binaires :



Prend 2 tables en entrée

- Union (\cup)
- Intersection (\cap)
- Différence ($-$)
- Produit cartésien (\times)
- Jointures (\bowtie)
- Division ($/$)

Classification des opérateurs (2)

Opérateurs unaires :

- Sélection (σ)
- Projection (π)

Opérateurs binaires :

Opérateurs ensemblistes :

- Union (\cup)
- Intersection (\cap)
- Différence ($-$)
- Produit cartésien (\times)

Opérateurs spécifiques :

- Jointures ($|X|$)
- Division ($/$)

Syntaxe d'une relation (1)

Syntaxe :

Table(attr1, attr2, attr3, ..., attrn)

- Clé primaire (⌋)
- Clé étrangère (#)

Exemple :

Table(attr1, attr2#, attr3#, attr4)

Dans cette exemple, attr1 est une clé primaire, attr2 et attr3 sont des clés étrangères

Syntaxe d'une relation (2)

- Client(num, nom, ville, telephone)
- Produit(ref, prix, marque)
- Vente(num, refP#, numC#, date)

Table : Produit

| ref | prix | marque |
|--------|--------|---------|
| BM8908 | 400000 | BMW |
| RE3672 | 250000 | Renault |
| BM1208 | 800000 | BMW |
| VO3412 | 600000 | Volvo |
| VO3779 | 450000 | Volvo |
| BM3459 | 300000 | BMW |
| RE1196 | 180000 | Renault |

Table : Client

| num | nom | ville | telephone |
|-----|------------|------------|-----------|
| 2 | Elyoussefi | Rabat | 0613... |
| 17 | Ouadou | Rabat | NULL |
| 23 | Elmohadi | Casablanca | NULL |

Table : Vente

| num | refP | numC | date |
|------|--------|------|------------|
| 1003 | VO3412 | 2 | 01/01/2018 |
| 1427 | VO3779 | 2 | 15/01/2018 |
| 1499 | BM3459 | 17 | 20/01/2018 |

Opérateurs unaires

Opérateurs unaires :

- Sélection (σ)
- Projection (π)

Autre opérateur unaire :

- Renommage (α)

La signature de ces opérateurs correspond à :

relation * paramètres \rightarrow relation

Exemple : σ ville=Rabat (Professeur)

Sélection des tuples de la table Professeur où la ville est Rabat

Sélection (1)

- La sélection travaille sur une relation R et définit une nouvelle relation qui ne contient que des tuples de R qui satisfont une condition donnée

Syntaxe :

σ condition (Table)

Exemple : σ ville=Rabat (Professeur)

Table : Professeur

| nom | prenom | ville |
|-----------|--------|------------|
| Boukili | Driss | Casablanca |
| Rziza | Sara | Marrakech |
| El ghorfi | Rabii | Rabat |

Sélection (2)

- Afficher les professeurs qui habitent Rabat ou Casablanca
 $\sigma \text{ ville}=\text{Rabat or ville}=\text{Casablanca}$ (Professeur)
- Afficher les professeurs qui n'habitent pas Casablanca
 $\sigma \text{ ville}\neq\text{Casablanca}$ (Table)
- Afficher les ventes du client numéro 120 effectuées le 01/01/2018
 $\sigma \text{ num}=120 \text{ and date}=01/01/2018$ (Vente)

Projection (1)

- La projection travaille sur une relation R et définit une nouvelle relation en extrayant les valeurs des attributs spécifiés et en supprimant les doublons

Syntaxe :

π attributs (Table)

Exemple : π nom, prenom (Professeur)

Table : Professeur

| nom | prenom | ville |
|-----------|--------|------------|
| Boukili | Driss | Casablanca |
| Rziza | Sara | Marrakech |
| El ghorfi | Rabii | Rabat |

Projection (2)

- Afficher le nom et le prénom des professeurs

π nom, prenom (Professeur)

- Afficher le nom et prénom des professeurs de Casablanca

π nom, prenom (σ ville=Casablanca (Professeur))

- Afficher la référence du produit et le numéro client pour chaque vente

π refP, numC (Vente)

Renommage (1)

- La renommage travaille sur une relation R et définit une nouvelle relation en renommant les attributs spécifiés

Syntaxe :

α nomAttr : nouveauNomAttr (Table)

Exemple : α ville : adresse (Professeur)

Table : Professeur

| nom | prenom | ville |
|-----------|--------|------------|
| Boukili | Driss | Casablanca |
| Rziza | Sara | Marrakech |
| El ghorfi | Rabii | Rabat |

Renommage (2)

- Renommage de l'attribut ref de la table Produit

α ref : refP (Produit)

- Renommage de toute la table Produit en P1

$P1 = \alpha$ (Produit)

Remarques :

Le renommage des attributs sert à faire des jointures naturelles

Le renommage d'une table sert à utiliser plusieurs fois une même table, par exemple le produit cartésien d'une même table

En pratique, le renommage d'une table se fait à la suite d'une sélection ou une projection

Opérateurs ensemblistes

Opérateurs ensemblistes :

- Union (\cup)
- Intersection (\cap),
- Différence ($-$)
- Produit cartésien (\times)

La signature de ces opérateurs correspond à :

relation * relation \rightarrow relation

Exemple : π nom, prenom (Professeur) \cup π nom, prenom (Etudiant)

Fusion des tables Professeur et Etudiant

Union (1)

- L'union travaille sur deux relations R et S et définit une nouvelle relation qui contient tous les tuples de R et S avec suppression des doublons

Syntaxe :

Table1 \cup Table2

Exemple :

Res = Professeur \cup Etudiant

Table : Professeur

| Nom | Prenom |
|-----------|--------|
| Boukili | Driss |
| Rziza | Sara |
| El ghorfi | Rabii |

Table : Etudiant

| Nom | Prenom |
|------------|----------|
| Elyoussefi | Abdelali |
| Rziza | Sara |
| Mohtaram | Saad |



Table : Res

| Nom | Prenom |
|------------|----------|
| Boukili | Driss |
| Rziza | Sara |
| El ghorfi | Rabii |
| Elyoussefi | Abdelali |
| Mohtaram | Saad |

Union (2)

- Commutativité

$$[R1 \cup R2] = [R2 \cup R1]$$

- Associativité

$$[(R1 \cup R2) \cup R3] = [R2 \cup (R1 \cup R3)]$$

Attention :

L'union nécessite de travailler avec des tables de même degré

$$\text{degré}(R1 \cup R2) = \text{degré}(R1) = \text{degré}(R2)$$

Intersection (1)

- L'union travaille sur deux relations R et S et définit une nouvelle relation qui contient tous les tuples présents à la fois dans R et S

Table : Professeur

| Nom | Prenom |
|-----------|--------|
| Boukili | Driss |
| Rziza | Sara |
| El ghorfi | Rabii |

Syntaxe :

Table1 \cap Table2

Exemple :

Res = Professeur \cap Etudiant

Table : Etudiant

| Nom | Prenom |
|------------|----------|
| Elyoussefi | Abdelali |
| Rziza | Sara |
| Mohtaram | Saad |

Table : Res

| Nom | Prenom |
|-------|--------|
| Rziza | Sara |

Intersection (2)

- Commutativité

$$[R1 \cap R2] = [R2 \cap R1]$$

- Associativité

$$[(R1 \cap R2) \cap R3] = [R2 \cap (R1 \cap R3)]$$

Attention :

L'intersection nécessite de travailler avec des tables de même degré

$$\text{degré}(R1 \cap R2) = \text{degré}(R1) = \text{degré}(R2)$$

Différence (1)

- La différence travaille sur deux relations R et S et définit une nouvelle relation qui contient les tuples existants dans R et non dans S

Syntaxe :

Table1 – Table2

Exemple :

Res = Professeur – Etudiant

Table : Professeur

| Nom | Prenom |
|-----------|--------|
| Boukili | Driss |
| Rziza | Sara |
| El ghorfi | Rabii |

Table : Etudiant

| Nom | Prenom |
|------------|----------|
| Elyoussefi | Abdelali |
| Rziza | Sara |
| Mohtaram | Saad |



Table : Res

| Nom | Prenom |
|-----------|--------|
| Boukili | Driss |
| El ghorfi | Rabii |

Différence (2)

- Pas de commutativité

$$[R1 - R2] \neq [R2 - R1]$$

- Pas d'associativité

$$[(R1 - R2) - R3] \neq [R2 - (R1 - R3)]$$

Attention :

La différence nécessite de travailler avec des tables de même degré

$$\text{degré}(R1 - R2) = \text{degré}(R1) = \text{degré}(R2)$$

Produit cartésien (1)

- La produit cartésien travaille sur deux relations R et S et définit une nouvelle relation qui contient tous les tuples de R avec tous ceux de S

Syntaxe :

Table1 x Table2

Exemple :

Res = Professeur x Etudiant

Table : Tab1

| |
|-------|
| attr1 |
| a |
| b |
| c |

Table : Tab2

| |
|-------|
| attr2 |
| x |
| a |



Table : Res

| attr1 | attr2 |
|-------|-------|
| a | x |
| a | a |
| b | x |
| b | a |
| c | x |
| c | a |

Produit cartésien (2)

- Commutativité

$$[R1 \times R2] = [R2 \times R1]$$

- Associativité

$$[(R1 \times R2) \times R3] = [R2 \times (R1 \times R3)]$$

Attention :

Le produit cartésien ne nécessite pas des tables de même degré

$$\text{degré}(R1 \times R2) = \text{degré}(R1) + \text{degré}(R2)$$

Jointure (1)

Opérateur jointure :

- Jointures ($|X|$)

La signature de cet opérateur correspond à :

relation * relation * paramètres \rightarrow relation

Exemple : Client $|X|$ Vente
numero=numC

Client  Vente
numero = numC

Jointure entre les relations Client et Vente

Jointure (2)

- La jointure travaille sur deux relations R et S et définit une nouvelle relation qui contient le produit cartésien de R et S avec la condition p

Syntaxe :

Table1 |X| Table2
p

- Thêta jointure : la condition p contient un opérateur de comparaison quelconque (<, >, = <, = >, =, ≠)
- Equijointure : la condition p contient un opérateur égalité (=)
- Jointure naturelle : la condition p porte sur un opérateur égalité (=) entre des attributs identiques (de même type et nom)

Jointure (3)

- La jointure naturelle retire les occurrences du même attribut

Exemple : $C1 = \alpha$ numero : numC (Client) // Renommage de numero en numC

Res = C1 $\begin{array}{c} |X| \\ \text{numC} \end{array}$ Vente

La table Res contiendra une seule occurrence de l'attribut numC

Attention :

Pour une jointure naturelle : $\text{degré}(R1 \begin{array}{c} |X| \\ \text{attr1, attr2, ..., attrn} \end{array} R2) = \text{degré}(R1) + \text{degré}(R2) - n$

Pour une Equijointure ou une théta jointure : $\text{degré}(R1 \begin{array}{c} |X| \\ \rho \end{array} R2) = \text{degré}(R1) + \text{degré}(R2)$

Jointure (4)

- Afficher le nom des clients avec les dates de leurs achats

π Client.nom, Vente.date (Client |X| Vente)
Client.numero = Vente.numC

- Afficher, pour le client numéro 125, le numéro de vente et la marque des produits achetés

π Vente.num, Produit.marque (Produit |X| σ numC=125 (Vente))
Produit.ref = Vente.refP

Peut aussi s'obtenir en 3 étapes :

1. V1 = σ numC=125 (Vente)
2. R1 = (Produit |X| V1)
Produit.ref = Vente.refP
3. Res = π Vente.num, Produit.marque (R1)

Jointure (5)

- Afficher la référence des produits dont le prix est supérieur au produit qui a pour référence 153

$P1 = \sigma_{ref=153}(\text{Produit})$ // Etape du renommage obligatoire

$\pi_{\text{Produit.ref}} \left(\begin{array}{l} \text{Produit} \quad |X| \quad P1 \\ \text{Produit.prix} > P1.prix \end{array} \right)$

Peut aussi s'obtenir en 3 étapes :

1. $P1 = \sigma_{ref=153}(\text{Produit})$

3. $\text{Res} = \pi_{\text{Produit.ref}}(R1)$

2. $R1 = \left(\begin{array}{l} \text{Produit} \quad |X| \quad P1 \\ \text{Produit.prix} > P1.prix \end{array} \right)$

Division (1)

Opérateur jointure :

- Division (/)

La signature de cet opérateur correspond à :

relation * relation \rightarrow relation

Attention :

La division nécessite des tables tels que les attributs de B sont contenus parmi les attributs de A

$\text{degré}(A / B) = \text{degré}(A) - \text{degré}(B)$

Division (2)

- La division travaille sur deux relations A et B et définit une nouvelle relation qui contient tous les tuples tels que le produit cartésien avec le diviseur soit un sous-ensemble de la relation dividende

Syntaxe :

Table1 / Table2

Exemple :

$R = A / B$

Table : A

| attr1 | attr2 |
|-------|-------|
| a | 1 |
| a | 2 |
| a | 3 |
| b | 1 |
| c | 2 |

Table : B

| attr2 |
|-------|
| 1 |
| 2 |



Table : R

| attr1 |
|-------|
| a |

Division (3)

- La division est utilisée pour répondre à des requêtes du type :
"Quels sont les références des produits achetés par tous les clients?"

$R1 = \pi \text{ refP, numC (Vente)}$

$R2 = \pi \text{ numero (Client)}$

$\text{Res} = R1 / R2$

Equivalences

- Ordre des conditions dans une sélection

$$\sigma_{c1 \text{ and } c2}(T) \Leftrightarrow \sigma_{c1}(\sigma_{c2}(T)) \Leftrightarrow \sigma_{c2}(\sigma_{c1}(T))$$

- Ordre des opérations : sélection et jointure

$$R1 = \sigma_c(T1)$$

$$Res = R1 \underset{\rho}{|X|} T2$$

\Leftrightarrow

$$R1 = T1 \underset{\rho}{|X|} T2$$

$$Res = \sigma_c(R1)$$

Liens entre les opérateurs (1)

Opérateurs fondamentales :

- Sélection (σ)
- Projection (π)
- Union (\cup)
- Différence ($-$)
- Produit cartésien (\times)

Opérateurs déduits :

- Intersection (\cap)
- Jointures ($|X|$)
- Division ($/$)

Liens entre les opérateurs (2)

- Intersection :

$$R \cap S = R - (R - S) = S - (S - R) \text{ ou } R \cap S = (R \cup S) - ((R - S) \cup (S - R))$$

- Jointure naturelle :

$$\text{Soient } R(A, B\#) \text{ et } S(\underline{B}, C) : R \bowtie X S = \pi_{A,B,C} (\sigma_{B=B'} (R \times \alpha [B : B'] (S)))$$

- Thêta jointure :

$$\text{Soient } R(A, B) \text{ et } S(C, D) : R \bowtie [p] S = \sigma [p] (R \times S)$$

- Division :

$$\text{Soient } R(A, B) \text{ et } S(B) : R / S = \pi_A (R) - \pi_A ((\pi_A (R)) \times S) - R)$$

Complexité des opérateurs

- Sélection : σ [condition] R

Balayer la relation et tester la condition sur chaque tuple

Complexité = card (R)

Taille du résultat : [0 : card (R)]

- Projection : π [$A_i, A_k \dots$] R

Balayer la relation + élimination doublons

Complexité = card (R)

Taille du résultat : [0 : card (R)]

- Jointure (naturelle ou thêta) entre R et S

Balayer R et pour chaque tuple de R faire Balayer S et comparer chaque tuple de S avec celui de R

Complexité = card (R) x card (S)

Taille du résultat : [0 : card (R) x card (S)]